

Übungen zur Arithmetik (Folge 1)

Aufg.1 Es seien p und q zwei verschiedene Primzahlen. Man zeige, dass die Bewertungen $|\cdot|_p$ und $|\cdot|_q$ nicht äquivalent sind.

Aufg.2

a) Zeigen Sie, daß für $x \in \mathbb{Q}$ gilt:

Wenn für alle Primzahlen p die Ungleichung $|x|_p \leq 1$ gilt, dann folgt $x \in \mathbb{Z}$.

b) Für welche rationalen Zahlen x gilt $|x|_p = 1$ für alle Primzahlen p ?

Aufg.3: Es sei p eine Primzahl. Zeigen Sie, daß für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\nu_p((p^n)!) = 1 + p + p^2 + \cdots + p^{n-1}$$

Aufg.4 Zeigen Sie, daß jede Folge in \mathbb{Z}_p eine konvergente Teilfolge besitzt.

(6 Punkte)

(Sie können auch das etwas einfachere Problem bearbeiten, zu zeigen, daß jede Folge in \mathbb{Z} eine konvergente Teilfolge hat (evtl mit Grenzwert in \mathbb{Z}_p).

Abgabe: Dienstag, 13.9. vor der Vorlesung.